Im Basisfach erwerben und erweitern die Schülerinnen und Schüler Kompetenzen, die ihnen das Erkennen und Erläutern mathematischer Zusammenhänge und verständiges mathematisches Handeln ermöglichen. Die Inhalte werden dazu im Unterricht stärker vorstrukturiert und Argumentationen erfolgen häufig anschaulich oder durch heuristische Betrachtungen. Der Unterricht im Basisfach fördert durch verstärktes realitätsbezogenes Vorgehen die Einsicht, dass Mathematik auch ein geeignetes Mittel zur Bearbeitung von Fragestellungen außerhalb der Mathematik ist.

Hinweise: Im Kopf der Tabelle stehen die jeweils zu erreichenden Kompetenzen. Kursiv geschriebene Fachbegriffe sind im Unterricht verbindlich mit dem Ziel einzusetzen, dass die Schülerinnen und Schüler diese mit eigenen Worten korrekt beschreiben und in unterschiedlichen Kontexten ohne zusätzliche Erläuterung verstehen und anwenden können. Unter dem Tabellenkopf findet sich das konkrete Vorgehen im Unterricht.

## Differenzial- und Integralrechnung <25>

Die Schülerinnen und Schüler ziehen Rückschlüsse von der Änderungsrate auf den Bestand und nutzen das Integral für Flächeninhaltsberechnungen. Diese Kenntnisse werden zur Modellierung außermathematischer Sachverhalte und zur Funktionsbestimmung verwendet. Dabei werden die händischen Fertigkeiten der Schülerinnen und Schüler durch den Einsatz digitaler Werkzeuge ergänzt.

Die Schülerinnen und Schüler können

- die *Produktregel* zum Ableiten von Funktionstermen verwenden
- *Verkettungen* von Funktionen *erkennen*, falls die *innere Funktion* eine *lineare Funktion* ist
- die *Kettenregel* zum Ableiten von Funktionstermen verwenden, bei denen die *innere Funktion* eine *lineare Funktion* ist
- Graphen von zusammengesetzten *Funktionen* (*Summe*, *Produkt*, *Verkettung* mit *linearer innerer Funktion*) untersuchen
- Extremwerte auch in außermathematischen Sachzusammenhängen bestimmen
- den Wert des *bestimmten Integrals* als *orientierten Flächeninhalt* und als Bestandveränderung deuten
- *Funktionen* aus ihren *Änderungsraten* rekonstruieren
- den Bestand aus *Anfangsbestand* und *Änderungsraten* bestimmen
- die *Potenzregel*, die *Regel für konstanten Faktor*, die *Summenregel* sowie das Verfahren der *linearen Substitution* für die Bestimmung einer Stammfunktion verwenden
- Stammfunktionen zu den Funktionstermen sin(x), cos(x) und $e^x$ angeben
- den *Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung* anwenden
- vom *Graphen* der *Funktion* auf den *Graphen* einer *Stammfunktion* schließen und umgekehrt
- die Linearität des *Integrals* anschaulich begründen und rechenökonomisch nutzen
- das bestimmte Integral mithilfe eines Grenzprozesses anschaulich beschreiben und geometrisch deuten
- Flächeninhalte zwischen Graph und x-Achse und zwischen zwei Graphen bestimmen

| Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise |
|---|---|
| **Wiederholung**<br>➢ Differenzenquotient, Änderungsrate (auch graphische Bestimmung), Tangente, Steigungswinkel<br>➢ Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten und deren Ableitung<br>➢ Ganzrationale Funktionen und deren Ableitung (Nullstellen, Symmetrie zum Ursprung und zur y-Achse, Verhalten für $\|x\| \to \infty$)<br>➢ Monotonie, Extrempunkte<br>**Weiterführung der Differenzialrechnung**<br>➢ Ableitungsregeln und höhere Ableitungen<br>➢ Lineare Verkettung von Funktionen und deren Ableitung<br>➢ Produktregel<br>➢ Monotonie und Krümmung | |

| | |
|---|---|
| ➢ Extrem- und Wendepunkte<br>➢ Differenzialrechnung in Sachsituationen<br><br>**Integralrechnung**<br>➢ Rekonstruieren einer Größe<br>➢ Das Integral als orientierter Flächeninhalt<br>➢ Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung<br>➢ Bestimmung von Stammfunktionen<br>➢ Stammfunktionen und ihre Graphen<br>➢ Integral und Flächeninhalt | Extremwertaufgaben ohne Nebenbedingungen |

**Funktionen und ihre Graphen <25>**

Die Schülerinnen und Schüler lernen neben der natürlichen Exponentialfunktion weitere Funktionen kennen, die sich aus einfachen Verknüpfungen oder Verkettungen ergeben. Sie untersuchen Funktionen und ihre Graphen auf charakteristische Eigenschaften (unter anderem Monotonie, Extrempunkte, Krümmungsverhalten, Wendepunkte, waagrechte Asymptoten) auch mithilfe von höheren Ableitungen.

Die Schülerinnen und Schüler können

- den *natürlichen Logarithmus* einer Zahl als Lösung einer *Exponentialgleichung* verwenden
- die besondere Bedeutung der *Basis* e bei *Exponentialfunktionen* beschreiben
- charakteristische Eigenschaften der *Funktion* f mit $f(x) = e^x$ und deren *Graph* mit dessen waagrechter *Asymptote* skizzieren.
- Die *Ableitungsfunktion* und eine *Stammfunktion* der *Funktion* f mit f mit $f(x) = e^x$ angeben
- Graphen von zusammengesetzten *Funktionen* (*Summe*, *Produkt*, *Verkettung* mit *linearer innerer Funktion*) untersuchen
- einen Funktionsterm ermitteln, falls dieser durch die Eigenschaften eines *Graphen* eindeutig festgelegt ist

| Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise |
|---|---|
| **Die natürliche Exponentialfunktion**<br>➢ Besondere Bedeutung der Basis e<br>➢ Exponentialgleichungen und natürlicher Logarithmus<br>➢ Exponentialfunktionen und ihre Graphen<br>➢ Wirkung von Parametern bei Exponentialfunktionen<br>➢ Anwendungen | Einfache Exponentialgleichungen<br><br>Grenzverhalten, waagrechte Asymptoten |
| **Graphen von Funktionen**<br>➢ Strecken, Verschieben und Spiegeln<br>➢ Trigonometrische Funktionen<br><br>➢ Lösen von Gleichungen<br>➢ Graphen von Funktionen untersuchen<br>➢ Vom Funktionsterm zum Graphen<br>➢ Anwendungen | Wiederholung: Trigonometrische Funktionen und ihre Ableitung (Periode und Amplitude, Verschiebungen und Streckungen) |

## Lineare Gleichungssysteme <12>

Die Schülerinnen und Schüler lernen das Gaußverfahren kennen und verwenden. Dabei liegt der Schwerpunkt auf der Lösungsstrategie und nicht auf aufwändigen Berechnungen, vielmehr setzen sie hier auch geeignete Software ein.

Die Schülerinnen und Schüler können

- das *Gaußverfahren*, auch in Matrixschreibweise, auf *lineare Gleichungssysteme* ohne Parameter bis zur Stufenform anwenden
- die Lösungsvielfalt *linearer Gleichungssysteme* ohne Parameter angeben und im Falle eindeutiger
- Lösbarkeit deren Lösung bestimmen
- einen Funktionsterm ermitteln, falls dieser durch die Eigenschaften eines *Graphen* eindeutig festgelegt ist

| **Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht** | **Hinweise** |
|---|---|
| ➢ Gauß-Verfahren<br>➢ Lösungsvielfalt<br>➢ Bestimmung ganzrationaler Funktionen | Ohne Parameter.<br><br>Nur Fälle, bei denen der Term ohne Parameter angegeben werden kann |

## Analytische Geometrie <45>

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter. Sie koordinatisieren geometrische Sachverhalte und verwenden vektorielle Darstellungen zur Beschreibung von Objekten in Ebene und Raum. Sie nutzen den Vektorkalkül zur Bearbeitung geometrischer Fragestellungen.

Die Schülerinnen und Schüler berechnen mit den Methoden der analytischen Geometrie Abstände und Winkelweiten zwischen geometrischen Objekten in der Ebene und im Raum. Sie nutzen hierfür das Skalar- oder Vektorprodukt zweier Vektoren und ermitteln auch Flächen- und Rauminhalte.

Die Schülerinnen und Schüler können

- das *Skalarprodukt* berechnen und bei Berechnungen nutzen
- das *Vektorprodukt* berechnen und bei Berechnungen nutzen
- das *Skalarprodukt* und das *Vektorprodukt* geometrisch deuten
- die *Orthogonalität* zweier *Vektoren* mithilfe des *Skalarprodukts* überprüfen
- *Winkelweiten* mithilfe des *Skalarprodukts* bestimmen
- *Schnittwinkel* zwischen geometrischen Objekten (*Geraden* und *Ebenen*) bestimmen
- *Abstände* zwischen den geometrischen Objekten *Punkt* und *Ebene* ermitteln
- einen gemeinsamen *orthogonalen Vektor* zu zwei *Vektoren* bestimmen
- das *Vektorprodukt* zum Ermitteln von Flächeninhalten anwenden
- *Ebenen* mithilfe von *Spurpunkten* und *Spurgeraden* im *Schrägbild* eines *Koordinatensystems* veranschaulichen
- *Ebenen* mithilfe einer *Parameterdarstellung* und einer *Koordinatengleichung* analytisch beschreiben
- eine *Parameterdarstellung* einer *Ebene* in eine *Koordinatengleichung* umrechnen
- die Lagebeziehung zwischen einer *Geraden* und einer *Ebene* untersuchen und gegebenenfalls deren *Schnittpunkt* rechnerisch bestimmen
- die Lagebeziehung zwischen zwei *Ebenen* erkennen und begründen
- Problemstellungen, wie zum Beispiel *Spiegelung* eines *Punktes* an einer *Ebene* sowie Flächeninhalts- und Volumenberechnungen bearbeiten

| Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise |
|---|---|
| **Wiederholung**<br>➢ Vektoren, Linearkombination, Kollinearität, Mittelpunkt einer Strecke<br>➢ Geraden und ihre Lagebeziehungen, Berechnung des Schnittpunkts<br>**Weiterführung der analytischen Geometrie**<br>➢ Ebenen im Raum: Parameterform<br>➢ Orthogonale Vektoren - Skalarprodukt<br><br>➢ Koordinatengleichung einer Ebene<br>➢ Ebenengleichungen umformen: Vektorprodukt<br>➢ Ebenen veranschaulichen<br>➢ Gegenseitige Lage von Ebenen und Geraden<br>➢ Gegenseitige Lage von Ebene<br><br>**Metrische Geometrie**<br>➢ Abstand Punkt-Ebene<br>➢ Spiegelung und Symmetrie<br>➢ Winkel zwischen Vektoren<br>➢ Schnittwinkel zwischen zwei Geraden, zwischen Gerade und Ebene und zwischen zwei Ebenen<br>➢ Flächeninhaltsberechnungen und Volumenberechnungen<br>➢ Geometrische Problemstellungen in Sachzusammenhängen | Flächeninhaltsberechnungen auch mithilfe des Vektorprodukts |

## Wahrscheinlichkeit und Statistik <18>

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln ihr Verständnis für die bekannten Verteilungen, insbesondere für die Binomialverteilung weiter. Dabei verwenden sie beispielsweise Baumdiagramme oder Vierfeldertafeln. Sie lernen diskret und stetig verteilte Zufallsgrößen kennen und berechnen die Werte einer normalverteilten Zufallsgröße ohne expliziten Bezug zur Analysis direkt mit einem digitalen Hilfsmittel.

Die Schülerinnen und Schüler können

- den Unterschied zwischen diskreten und stetigen Zufallsgrößen am Beispiel binomial- und normalverteilter Zufallsgrößen beschreiben
- den Zusammenhang der Kenngrößen Erwartungswert und Standardabweichung einer Normalverteilung und der zugehörigen Glockenkurve beschreiben
- stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen gehören, und Wahrscheinlichkeiten berechnen

| Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise |
|---|---|
| **Pfadregeln und Erwartungswert** | Wiederholung |
| **Vierfeldertafel** | Wiederholung |
| ➢ Bedingte Wahrscheinlichkeit | |
| ➢ Stochastische Unabhängigkeit | |
| **Binomialverteilung** | |
| ➢ Formel von Bernoulli | Wiederholung |
| ➢ Erwartungswert und Histogramm | |
| ➢ Problemlösen | |
| **Standardabweichung** | |

| | |
|---|---|
| ➢ für einen gegebenen Datensatz gemäß der Definition<br>➢ einer binomialverteilten Zufallsgröße<br>**Normalverteilung**<br>➢ Erwartungswert<br>➢ Standardabweichung<br>➢ Glockenkurve | Nicht: Dichtefunktion<br>Untersuchung normalverteilter Zufallsgrößen ohne Bezug zur Analysis |

**Vorbereitung auf die mündliche Abiturprüfung <9>**

Die Schülerinnen und Schüler lernen das Format der Prüfung anhand von Beispielaufgaben und der Durchführung von Beispielprüfungen kennen.